Exercice 1 :

On pose $p = 170$ et $q = 578$ et on considère la fraction $A = \frac{p}{q}$

1) Déterminer le PGCD(p , q) par la décomposition en facteurs premiers puis par l' algorithme d Euclide .
2) Déterminer le PPCM(p , q) .
3) Montrer que A est irréductible .
4) Ecrire A sous forme irréductible . Le rationnel trouvé est il un nombre décimal ?

Exercice 2 :

Soit n un entier naturel . On pose $E = \frac{n(n+1)}{2}$

1) a) Vérifier que $n(n+1)$ est un nombre pair pour tout $n \in IN$.
   b) Montrer que $E \in IN$.
2) Trouver l'entier naturel n tel que : $\frac{2n+7}{n+1} \in IN$.
3) Soit $n \geq 5$. Déterminer le reste et le quotient de la division euclidienne de $2n + 7$ par $n + 1$.
4) Déterminer les entiers naturels $n \geq 5$ tels que : PGCD($2n + 7$, $n + 1$) = 5 .

Exercice 3 :

1) a) Déterminer l ensemble de diviseurs de 50
   b) Trouver les couples des entiers naturels (a , b) tels que : $ab = 50$ et PGCD(a , b) = 5 .
   c) En déduire le PPCM (a , b) .
2) On pose $a = 2^3 \times 5^7 \times 3^{11} \times 17$ et $b = 2^2 \times 5^9 \times 3^8 \times 11$
   a) Determiner PGCD(a , b) .
   b) Determiner PPCM(a , b)
3) Déterminer les entiers naturels n tel que : $\frac{2n^2 + n}{4n + 2} \in IN$.
4) Déterminer l'entiers naturel n tel que : PGCD($3n + 1$, 8) = 4 et PPCM($3n + 1$, 8) = 62 .

Exercice 4 :

1) Déterminer x et y les chiffres de centaines et celui des unités du nombre $\overline{1x6y}$ pour qu il soit divisible par 5 et 3 .
2) a) Les nombres 2808 et 792 sont – ils premiers entre eux ? justifier .
   b) Déterminer le PGCD(2808 , 792)
   c) En déduire le PPCM(2808 , 792) .
   d) Rendre la fraction $\frac{2808}{792}$ pour sa forme irréductible .

Exercice 5: QCM : Répondre par vrai ou faux en justifiant les réponses :

a) On donne $a = 2^3 \times 3 \times 5^2$ et $b = 2 \times 5^2$ alors a est un multiple de b.
b) L'écriture $n = 5q + 7$ est la division euclidienne de n par 5, n et q sont deux entiers naturels non nuls.
c) Les entiers 245 et 141 sont premiers entre eux.
d) 117 est un nombre premier.
e) L'égalité $25 = 2 \times 11 + 3$ est la division euclidienne de 25 par 2
f) le PGCD(3, 2010) = 3
g) Tout entier naturel premier est impair
h) La fraction $\frac{245}{141}$ est irréductible

Exercice 6 :

1) Déterminer D_{15} l'ensemble des diviseurs de 15.
2) L'entier 15 est-il parfait ?
3) On donne $A = \frac{n+9}{n-6}$ (n est un entier naturel strictement supérieur à 6)
   a) Vérifier que $A = 1 + \frac{15}{n-6}$
   b) Trouver toutes les valeurs de n pour lesquelles A est un entier naturel.